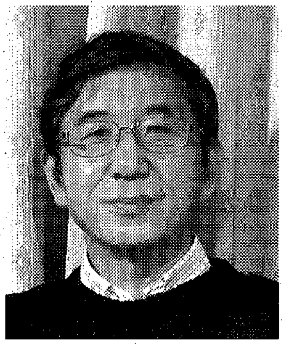
国内・国際経済

サイ・テクこらむ　知と技の発信【79】

埼玉大学・理工学研究の現場

代数幾何が広く応用される時代

酒井　文雄　大学院理工学研究科 教授



最近、「平面代数曲線」という本を共立出版から出版しました。「代数幾何」という私の研究分野の源流でもあり、初めて学ぶときの素材にふさわしいのが平面代数曲線です。

1637年にデカルトが「方法序説」という本の付録の「幾何学」で、ほぼ現代の代数記号を用いて、座標による幾何学を創始しました。

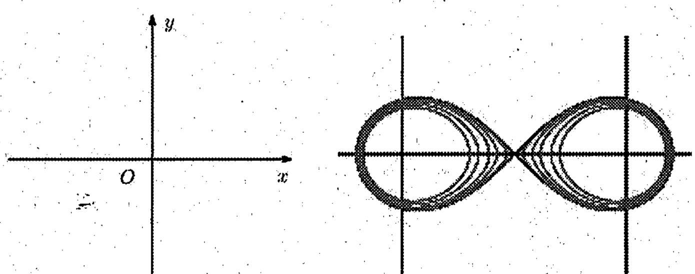
例えば、多項式の変数にx、y、zなどの文字を用い、xの2乗や3乗などの指数記号も用いています。皆さんも、座標軸（図左）と円や直線を表す方程式を思い出されるのではないでしょうか。

■いろいろな曲線

もちろん、古代人も直線や円を知っていました。紀元前3世紀頃に書かれたユークリッドの原論には直線と円の幾何学が展開されています。放物線、楕円、双曲線は円錐の切り口として研究され、円錐曲線と呼ばれていました。

座標幾何では円錐曲線は2次曲線として理解されます。さらに、接線の問題から、微分積分学のきっかけの一つにもなりました。デカルトの著作を熟読したと伝えられるニュートンは1676年頃に3次曲線の分類を実行しています。その後、いろいろな曲線が発見され、研究の対象になりました。

私の本では、興味深い曲線として、パスカルのカタツムリ曲線、ベルヌーイのレムニスケート曲線（図右）、ベジェ曲線などを紹介しています。



■代数曲線論の発展

19世紀になり、代数曲線は大きく飛躍しました。複素数が定着し「複素数関数論」が誕生したこと、遠近法画法から「射影幾何」が発達し、曲線も射影曲線として考察するようになったこと、行列式などの代数学が進歩したことなどが時代背景です。

特に、リーマンにより「双有理幾何」の重要性が発見され、クレブシュやマックス・ネーターにより、その基礎付けがなされました。「種数」と呼ばれる数が代数曲線を統制しているということが分かったのです。

種数の計算には特異点の解析が必要になり、特異点の解消というテクニックも開発されました。その後、代数曲面など高次元の代数多様体の研究が始まりました。一方、代数曲線も興味深い研究対象であり続け、現在も活発に研究されています。

■グレブナ基底

20世紀後半に、計算機による数式処理が実用的になりました。基礎になる考え方は、割り算原理を多変数の多項式の場合に工夫する「グレブナ基底理論」です。

現在では、パソコンでも、多項式イデアルの基底などが具体的に計算できるのです。代数幾何が広く応用されるという時代になってきたようです。

◇　◇　◇

酒井　文雄氏（さかい・ふみお）48年生まれ。東京大学理学研究科博士課程中退。理学博士。高知大学文理学部助手、埼玉大学理学部助教授を経て、90年より現職。専門は代数幾何学。近著の「平面代数曲線」（共立出版・1785円）は「数学のかんどころ」シリーズの第12巻。