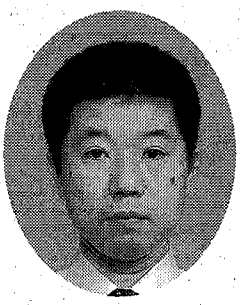
埼玉経済

サイ・テクこらむ 知と技の発信 【41】

埼玉大学・理工学研究の現場

幾何学的最適化と時間的発展

長澤 壯之 埼玉大学大学院 理工学研究科教授



■曲面や曲線の形状

「『幾何学的最適化問題』を研究しています」と言ってもよく分からないかもしれません。ある条件の下で曲面や曲線の形状がどうやって決まるのかという素朴な問題です。

古典的で最も重要な幾何学的最適化問題である「等周問題」を例に、具体的に説明しましょう。平面上に閉曲線があります。「等周問題」は、長さが一定という条件(「等周」という言葉が、ここから由来します)の下で、その閉曲線が囲む集合の「面積」を最大にするものを求める問題です。

閉曲線の長さが一定であれば、その閉曲線が囲む集合の面積には上限があるはずです。長さが一定という条件のもとで、面積が最大となるための条件は、「曲率(曲がり具合)が一定である」となります。曲率一定の閉曲線は円ですので、等周問題の解は「円」になります。

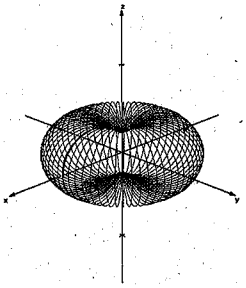
「等周問題」のように、適当な幾何学的量を最大や最小にする図形、さらにその幾何学量を停留させる図形を求める問題を「幾何学的最適化問題」といいます。

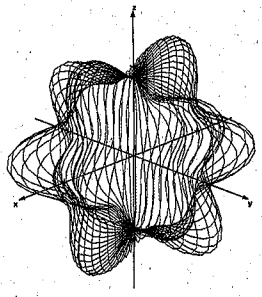
閉曲線が囲む面積については、長さの条件がなければ、曲線を拡大していけば、面積はいくらでも大きくできて、面積を最大にする閉曲線は存在しません。このように幾何学的最適化問題では、「大きさ」を限定する条件を与えないと、解が存在しない事が多く、長さ等の制約条件を設けるのが普通です。

■赤血球

私は、「ヘルフリッヒ変分問題」と呼ばれる幾何学的最適化問題を研究しています。ヘルフリッヒとはドイツの物理学者の名前で、ヒトの赤血球の形状に関するモデルの提案者の一人です。そのモデルを数学的に定式化したものが、ヘルフリッヒ変分問題です。

ヒトの赤血球膜を閉曲面と考えます。その曲率の2乗の総和(積分)を最小にする形状が赤血球膜の形状になると考えました(実際のモデルは、もう少し複雑です。説明のため、簡略化して述べています)。「大きさ」に関する制約条件は、閉曲面の表面積と閉曲面が囲む集合の体積です。これは、赤血球が変形するとき、表面積と体積は(あまり)変化しないはずと考えたからです。





■軸対称・非軸対称解

私の研究では、軸対称nモード解と呼ばれる解の存在と、その中で最小になりうるものがモード2だけである事を示しました。モード2の解は、通常の赤血球のような形状をしています(上)。また、非軸対称解の存在も示しました。中には、金平糖のような形状もあります(下)。赤血球を特殊な試薬に入れるとこのような形状が観察されると、薬学の専門家から伺ったことがあります。

この観測結果と、私の得た解が対応しているものなのかは、厳密には明らかではなく、更なる検討が必要です。興味深いことに、ヘルフリッヒ変分問題と等価な方程式が、純粋数学の問題や、赤血球以外の物理学の問題にも現れます。

「表面積と体積の制約条件を保ちつつ、曲率の2乗の総和を減らす連続変形が可能か?」

これは、ヘルフリッヒ変分問題の時間発展問題と呼ばれ、私の最近の研究の中心テーマです。時間局所解の存在、解の延長可能性などが、徐々に明らかになってきました。

◇ ◇ ◇

長澤 壯之氏(ながさわ・たけゆき)61年生まれ。慶應義塾大学大学院理工学研究科後期博士課程修了。東北大学助手、講師、助教授を経て、03年より現職。理学博士。専門は非線型解析。特に最近は、幾何学的最適化問題とその時間発展問題。

27日に「環境科学研究センター」シンポジウム 「自然エネルギーとバイオマス利用の現状と将来」を総合研究棟で開催(午後2~5時)。秩父市のバイオマス発電のほか、食品とメタン発電、バイオエタノール生産の現状や、バイオ素材などについて講演する。問い合わせは同センター(☎048・858・3117)へ。

企業、団体商店街などの話題や情報をお寄せ下さい
TEL 048・795・9161 FAX 048・653・9040